困难的题目（hard）

$n,m\le 5000$

考虑如何让 i 成为最难的模拟赛。

考虑 i,j 难度的大小关系。只考虑 $v_k=-1$ 的知识点，若 i 考察 k 而 j 没有，那么 $v_k=w$ 能让 i 更有可能比 j 难；若 j 考察 k 而 i 没有，那么 $v_k=0$ 能避免 j 比 i 难；其余情况与 v_k 大小无关。

也就是说我们希望 $l_k\le i\le r_k$ 的知识点 $v_k=w$，其余知识点 $v_k=0$，暴力模拟复杂度 $O\left(nm\right)$。

$n,m\le 3\times 10^5$

注意到知识点 k 满足 $v_k=w$ 的位置是区间 $[l_k,r_k]$，那么直接扫描线用线段树维护所有模拟赛的难度即可，复杂度 $O\left(n+m\log n\right)$。

优秀的赛制（good）

$n\le 200$

注意到一个合理序列最终 AC 的概率仅与根所在联通块大小有关。具体的，若根所在联通块大小为 sz，那么只要联通块内有一个子任务通过就一定会 AC，也就是说 AC 的概率为 $1-\dfrac{1}{2^{sz}}$。

记 $f_{u,i,j}$ 表示只考虑 u 子树，选 j 个节点，包含 u 的联通块大小恰好为 j 的所有合理序列的方案数，做子树合并 DP 即可，复杂度 $O\left(n^4\right)$。

$n\le 5000$

注意到联通块大小是不必要的，只需把在 DP 时直接计算概率之和即可。

记 $f_{u,i,0/1}$ 表示只考虑 u 子树，选 i 个节点，是/否通过子任务 u 的概率之和。

记 $g_{u,i,0/1}$ 表示只考虑 u 子树且不含 u，选 i 个节点，是/否通过 u 的某个儿子的概率之和。

两者互相转移，子树合并 DP 即可，复杂度 $O\left(n^2\right)$。

公平的竞争（fair）

Observation

统称"投掷完 i 次骰子到达的状态"为第 i 层节点，初始为第 0 层。到达第 i 层每个节点的概率均为 $\frac{1}{k^i}$。

若第 i 层选择 p 个节点投骰子，那么第 $i+1$ 层恰有 pk 个节点。第 i 层的节点可以相互交换。

注意到第 i 层不会有 $\geq k$ 个节点选择同一个选项，否则可以交换到一起然后合并，在第 $i-1$ 层就选择这个选项，可以将答案减少 $\frac{1}{k^{i-1}}$。

也就是说对于一个选项，记 q_i 表示第 i 层选择它的节点个数，有 $\sum\limits_{i=0}^{+\infty}\frac{q_i}{k^i}=\frac{1}{n}$，由于 $0\leq q_i<k$。不难发现这其实是 $\frac{1}{n}$ 在 k 进制下的表示，显然 k 进制表示唯一，也就是说 n 个选项是对称的。

Solution

记 f_i 表示第 0 层有 i 个节点投骰子的答案，答案即为 f_1。

显然有 $f_i=i+\frac{f_{ik \bmod n}}{k}$，且 $f_0=0$，解方程即可。

最终方程是一个 $f_1=a+bf_i=a'+b'f_i$ 的形式，而 b,b' 均是 $\frac{1}{k^x}$ 形式。$(k,M)=1$，k 有逆元。而 $b-b'$ 得到的 $\frac{k^{x'-x}-1}{k^{x'}}$ 的分子是 k^x-1 形式，若 $k^x\equiv 1 \pmod M$，有 $\varphi(M)|x,\varphi(M)=M-1$，而 $x'-x$ 显然是 n 量级的，故答案在模 M 意义下存在，复杂度 $O\left(n\right)$。

完美的答卷（perfect）

$n\leq 5000$

固定 l，枚举 r，动态维护 $\min,\max$，复杂度 $O\left(n^2\right)$。

$n\leq 3\times 10^5$

考虑枚举 i,j，令 a_i 为区间最小值，a_j 为区间最大值能否做到，在此仅讨论 $j \le i$ 的情况。

注意到区间 $l \le j \le i \le r$，且区间越长越不容易满足，故 $l=j,r=i$。

考虑固定 i，查找符合条件的 j。

记 $pre_i = \max\limits_{j<i,a_j<a_i}\{j\}$，没有则为 0。显然符合条件的 j 在 $[pre_i+1,i]$ 中。而如何保证 a_j 为最大值，只需保证 j 在 $[1,i]$ 构成的单调栈上即可。

直接使用 01Trie 即可，复杂度 $O\left(n\log V\right)$。

也可以选择笛卡尔树上线段树合并，再支持单调栈合并即可，复杂度 $O\left(n\log V\right)$。